2017. Journées Recherche Porcine, 49, 93-98.

Nouvelle méthode d'alimentation hybride : un mixte de l'alimentation traditionnelle par phases et par mélange

Emilie JOANNOPOULOS (1,2), François DUBEAU (1), Mounir HADDOU (2), Jean-Pierre DUSSAULT (1), Candido POMAR (3)

(1) Université de Sherbrooke, 2500 boulevard de l'université, Sherbrooke (QC) J1K 2R1, Canada
(2) Insa de Rennes, 20 avenue des Buttes de Coësmes, CS 70839, 35708 Rennes Cedex 7, France
(3) Agriculture et Agroalimentaire Canada, 2000 rue collège, Sherbrooke (QC) J1M 0C8, Canada

Emilie.joannopoulos@usherbrooke.ca ; Candido.pomar@agr.gc.ca

Nouvelle méthode d'alimentation hybride : un mixte de l'alimentation traditionnelle et par mélange

L'alimentation représente une part importante du coût de production en engraissement porcin et, dans le contexte économique actuel, il est important de parvenir à le réduire. Nous proposons ici une méthode d'alimentation se basant à la fois sur une alimentation traditionnelle par phases et sur une alimentation avec prémélanges (utilisant deux prémélanges et à une phase). Le principe est le suivant : pour chaque phase, nous utilisons une alimentation à deux prémélanges (optimisés en même temps que le coût total et non nécessairement complets) qui sont combinés afin de satisfaire les besoins des animaux quotidiennement. Par exemple, pour trois phases, nous utilisons quatre prémélanges (A, B, C et D) : A et B sont utilisés dans la première phase, B et C sont utilisés dans la seconde phase et finalement C et D sont utilisés dans la dernière phase. Par rapport à la méthode conventionnelle, une telle approche permet de réduire le coût total de 5,2% tout en diminuant les rejets d'azote et de phosphore, respectivement, de 17,8% et 2,2%. En ajoutant comme critère la minimisation des rejets, nous pouvons proposer une méthode d'alimentation ayant un coût équivalent à la méthode traditionnelle à trois phases et qui réduit les rejets d'azote de 18% et de phosphore de 16%. De même, à coût équivalent à une méthode d'alimentation de précision (utilisant deux prémélanges et une phase), nous pouvons réduire les rejets d'azote de 17% et ceux de phosphore de 8%.

New hybrid feeding system: a mix between traditional feeding system and feeding system using feeds

Feed represents an important part of the production cost in the growing-finishing pig industry and, in the current economic context, it is important to reduce it. In this paper, we propose a new feeding system based on a traditional feeding system with phases and a feeding system using feeds (with one phase and two feeds). The concept is the following: for each phase, one is a feeding system using two feeds (optimized at the same time as the total cost minimization and not necessarily complete) which will be blended together to satisfy the daily animal requirements. For example, for three phases, one will use four feeds (A, B, C, and D): A and B will be used in the first phase, B and C in the second phase and finally C and D in the last phase. Compared to the traditional feeding system, this leads to a feed cost reduction of 5.2% while nitrogen and phosphorus excretion decreases by 17.8% and 2.2%, respectively. If minimization of excretions is added to feed cost as a criterion, one can propose a feeding system which is cost equivalent to the traditional feeding system with three phases and reducing phosphorus and nitrogen excretion, for example by 16% and 18%, respectively. Moreover, one can propose feeding systems which are cost equivalent to a precision feeding system (using two feeds and one phase), and which reduce phosphorus and nitrogen excretions by 8% and 17%, respectively.

INTRODUCTION

L'alimentation représente presque les trois quarts du coût de production dans un élevage de porcs en croissance-finition et, dans le contexte économique actuel difficile, il est primordial de réduire les coûts d'élevage autant que possible. De plus, l'élevage porcin est fréquemment cité comme étant source de pollution par l'apport massif de phosphates et de nitrates lors de l'épandage de lisier. Il est donc également très important de réduire ces rejets.

Plusieurs études ont déjà été réalisées (Brossard *et al.,* 2010 ; Dubeau *et al.,* 2011 ; Pomar *et al.,* 2014 ; Joannopoulos *et al.*, 2015) afin d'évaluer l'impact économique et environnemental de différentes stratégies d'alimentation.

Le porc charcutier est généralement nourri selon des plans d'alimentation par phases caractérisées par l'utilisation d'un aliment complet unique à densité énergétique fixée (par exemple 10,36 MJ d'énergie nette/kg). Depuis quelques années de nouvelles méthodes d'alimentation basées sur l'utilisation de deux aliments combinés, en différentes proportions quotidiennement, ont fait leur apparition dans des études théoriques (Joannopoulos, 2012).

Dans cet article, nous proposons une nouvelle méthode d'alimentation que nous appelons hybride et qui combine l'alimentation par phases et par mélange. Une étude monocritère (MC), c'est-à-dire ne minimisant que le coût de l'alimentation, et une étude tricritère (TC), qui permet de réduire simultanément le coût d'alimentation et les rejets de phosphore (P) et d'azote (N), ont été réalisées.

1. MATERIEL ET METHODES

Afin de faciliter la lecture, les formules mathématiques décrivant les différentes méthodes de formulation sont détaillées dans la section 4, située en annexe, de cet article. Nous y faisons référence lors de la description des différents systèmes d'alimentation étudiés.

1.1. Données utilisées

Dans cet article, nous considérons un porc moyen, représentatif d'une population, élevé de 20 kg à 130 kg de poids vif, avec un gain moyen quotidien de 1 kg/jour. Il consomme 2864 MJ d'énergie nette pour toute la période de croissance, soit une consommation moyenne quotidienne de 25,80 MJ/jour. De futurs travaux seront consacrés à l'étude d'un troupeau.

Les besoins de l'animal incluent les besoins énergétiques et en nutriments (lysine, arginine, calcium, phosphore, etc.). La modélisation mathématique de ces contraintes peut être retrouvée à la section 4.2. Nous supposons que l'animal consomme un aliment jusqu'à satisfaire son besoin en énergie, mais que cette consommation peut être limitée par sa capacité d'ingestion (Black *et al.*, 1986).

Les ingrédients utilisés dans cette étude étaient disponibles de novembre 2010 à octobre 2011 et nous utilisons le prix moyen (en $CAD) de chaque ingrédient sur cette période (Aliments Bretons inc., QC, Canada). Les aliments doivent satisfaire certaines caractéristiques (par exemple, ne pas contenir plus de 60% de maïs). La formule correspondant à cette contrainte est décrite dans la section 4.2 de cet article.

Les coûts auxiliaires, tels les coûts de fabrication, de transport, de stockage et de distribution ne sont pas considérés dans cette étude. En effet, ces frais variant, entre autres, en fonction de la taille et de l'organisation du fabricant d'aliments, de la taille de l'exploitation, et de la distance que les aliments doivent parcourir, ils sont peu influencés par les programmes alimentaires proposés dans cette étude.

1.2. Systèmes d'alimentation

Le plan d'alimentation utilisé comme méthode de référence (MR) consiste à nourrir les porcs en trois phases (20-50 kg, 50-90 kg et 90-130 kg de poids vif). Lors de chaque phase, l'animal est nourri en utilisant un unique aliment complet dont la concentration énergétique est fixée à 10,36 MJ d'énergie nette/kg. Ayant supposé que les animaux se nourrissent jusqu'à satisfaire leur besoin en énergie, nous pouvons calculer la quantité d'aliments ingérée quotidiennement. Ainsi, les seules variables à déterminer sont les proportions de chaque ingrédient qui compose l'aliment. Chaque aliment doit satisfaire les besoins pour chaque jour de la phase à laquelle il est associé. Dans cette méthode, c'est le coût unitaire qui est minimisé ($CAD/kg). Le problème résolu est linéaire et son modèle (MR) est décrit dans la section 4.3.1.

La nouvelle méthode que nous proposons ici est un système d'alimentation hybride se basant à la fois sur une alimentation par phases et par la combinaison de deux prémélanges qui sont des aliments non nécessairement complets. Le principe est le suivant :

- la période de croissance des animaux est décomposée en *p* phases,
- *p+1* prémélanges sont utilisés,
- lors de chaque phase, seulement deux prémélanges sont utilisés,
- ces deux prémélanges sont combinés en différentes proportions quotidiennement afin de satisfaire les besoins des animaux à chaque jour de la phase,
- deux phases consécutives n'ont qu'un seul prémélange en commun.

Ainsi, pour $p = 3$, nous utilisons quatre prémélanges de la manière suivante :

- les mélanges 1 et 2 sont utilisés lors de la première phase,
- les mélanges 2 et 3 sont utilisés lors de la seconde phase,
- les mélanges 3 et 4 sont utilisés lors de la troisième phase.

Cette méthode est notée MH*p*, *p* correspondant au nombre de phases considérées, et utilise *p+1* prémélanges. Par exemple, une alimentation en trois phases où l'on utilisera quatre prémélanges, est notée MH3. Nous avons étudié deux variantes de ce modèle. Dans le cas de l'optimisation monocritère, c'est-à-dire lorsqu'on minimise uniquement le coût d'alimentation, le modèle est noté MH*p*-MC, et dans le cas de l'optimisation tricritère, c'est-à-dire lorsque les rejets sont minimisés en plus du coût, le modèle est noté MH*p*-TC. Nous avons choisi cette méthode car elle est facile à mettre en place en pratique dans les élevages du fait qu'il n'y a jamais plus de deux prémélanges utilisés simultanément. Dans ces simulations, nous avons optimisé le coût total d'alimentation ($CAD/porc) pour toute la période de croissance. Les prémélanges que nous proposons d'utiliser dans cette méthode sont déterminés lors de la résolution du problème minimisant le coût total de l'alimentation. Ainsi, chaque prémélange pris indépendamment n'est pas nécessairement complet pour une certaine journée,

mais une fois combinés en différentes proportions quotidiennement, l'aliment issu de cette combinaison l'est, satisfaisant ainsi les besoins des animaux au long de leur croissance. De plus, contrairement à la méthode MR, la densité énergétique de chaque prémélange n'est pas fixée à l'avance et les prémélanges n'ont donc pas forcément tous la même densité énergétique. Ceci implique que la quantité ingérée est inconnue lors de la détermination des aliments et le modèle représentant cette alimentation est un problème bilinéaire. Le modèle (MH3-MC), décrit dans la section 4.3.2, est un exemple pour p = 3 de la version monocritère. Pour obtenir le modèle de l'alimentation tricritère MH3-TC, il suffit d'ajouter au modèle MH3-MC les contraintes (TC), décrites dans la section 4.3.3. Dans le cas du modèle tricritère, nous avons procédé avec un balayage des valeurs admissibles de P et de N rejetés, par décréments de 1%, en partant des rejets du modèle MR.

Enfin, la méthode d'alimentation optimale (MO) consiste à nourrir les animaux en utilisant un aliment complet à coût minimal chaque jour. La densité énergétique de ces aliments n'est pas fixe et peut varier d'un jour à l'autre. Le problème correspondant à cette alimentation peut être résolu grâce à un problème linéaire par jour, dont le modèle est présenté en section 4.3.4. Cette alimentation n'est pas réalisable dans la pratique à cause du grand nombre d'aliments à utiliser (un aliment par jour). Cependant, le coût de cette alimentation est un optimum que nous cherchons à atteindre.

1.3. Logiciels

Tous les modèles présentés dans cet article ont été modélisés en langage AMPL (Fourer *et al.*, 2002). Pour les résoudre, nous avons utilisé le solveur d'optimisation Ipopt (Wätcher et Biegler, 2005) qui utilise un algorithme de points intérieurs.

2. RESULTATS ET DISCUSSION

En utilisant les données que nous avons décrites à la section 1.1, une alimentation de type MR a un coût de 100,33 $CAD (Tableau 1).
L'alimentation par mélange telle qu'elle est connue actuellement, c'est-à-dire à phase quotidienne et utilisant deux prémélanges combinés en différentes proportions, correspond au modèle MH1-MC et a un coût de 96,23 $CAD, soit une diminution de 4,1%, et une réduction des rejets de P et de N respectivement de 3,3% et 14,8%.
La méthode MO permet de nourrir un porc pour 94,84 $CAD et est un idéal que nous essayons d'atteindre.

2.1. Optimisation monocritère

Augmenter le nombre de phases en ne cherchant à minimiser que le coût d'alimentation permet de réduire davantage ce coût qui diminue de 5,0%, 5,19% et 5,21%, respectivement pour des alimentations de type monocritère MH2, MH3 et MH4, par rapport à l'alimentation de type MR. Les rejets de P sont réduits entre 1,0 et 3,3%, pendant que ceux de N sont réduits entre 14,8 et 18,2% (Tableau 1).

A la vue de ces résultats, il n'est pas nécessaire d'augmenter considérablement le nombre de phases. En effet, on peut constater que le coût de l'alimentation diminue très rapidement lorsqu'une alimentation par mélange est mise en place (-4,1% avec une alimentation MH1), puis le coût est réduit encore de 1% avec deux phases et trois prémélanges (MH2) puis 0,2% supplémentaire pour le passage à trois phases et quatre prémélanges (MH3). En revanche, passer de trois à quatre phases (MH4) ne permet qu'une économie de 0,02%. Sachant que nous ne pourrons pas diminuer le coût de l'alimentation de plus de 5,47% au total, ce qui correspond à une alimentation où l'on utilise un mélange complet différent chaque jour, soit seulement 0,27% supplémentaire, nous ne sommes pas allés plus loin dans les calculs.

Tableau 1 – Coût ($CAD/porc) et rejets (kg/porc) des différentes méthodes d'alimentation avec une optimisation monocritère

Méthode[1]	Coût	P excrété	N excrété
MR	100,33	1,203	4,062
MH1-MC	96,23 (-4,0%)	1,163 (-3,3%)	3,463 (-14,8%)
MH2-MC	95,29 (-5,0%)	1,191 (-1,0%)	3,347 (-17,6%)
MH3-MC	95,12 (-5,19%)	1,177 (-2,2%)	3,339 (-17,8%)
MH4-MC	95,10 (-5,21%)	1,170 (-2,7%)	3,324 (-18,2%)
MO	94,84 (-5,5%)	1,172 (-2,7%)	3,293 (-18,9%)

[1] *MR : méthode de référence ; MHp-MC : méthode hybride à* p *phases ; MO : méthode optimale.*

2.2. Optimisation tricritère

Nous nous sommes concentrés sur une alimentation de type MH3 lors de la résolution du modèle tricritère, c'est-à-dire lorsqu'on cherche à déterminer une alimentation minimisant le coût et les rejets de P et de N.

Il est connu que, lorsqu'on essaye de réduire les rejets de P et de N, le coût de l'alimentation augmente. Cependant, nous venons d'énoncer une nouvelle méthode d'alimentation permettant de réduire considérablement le coût de l'alimentation lorsque les rejets ne sont pas pris en compte. Nous avons donc étudié l'impact économique de cette méthode d'alimentation lorsque nous minimisons également les rejets de P et de N.

Pour cela, nous avons forcé les rejets de P à être inférieurs de 0% à 25%, et ceux de N à être inférieurs de 0% à 30%, aux rejets d'une alimentation de type MR, par pas de 1%.

Les résultats de cette simulation montrent que les rejets de N et de P peuvent être considérablement réduits, par rapport à une alimentation de type MR, sans augmentation du coût de l'alimentation. La courbe A (Figure 1) décrit la ligne de niveau d'un coût équivalent à la méthode MR sur la surface représentant le coût de l'alimentation MH3-TC. Tous les couples de valeurs de rejet P et de rejet N (R_P,R_N) situés sous cette courbe (par exemple, point D) ont été obtenus avec quatre prémélanges dont le coût d'alimentation est inférieur à celui obtenu avec la méthode MR. Le point C (Figure 1 et Tableau 2) correspond à une alimentation de type MH3-TC permettant de nourrir les animaux à un coût de 100,33 $CAD tout en ayant des rejets de P et de N, respectivement, de 0,986 kg et 3,412 kg, soit une réduction de 18% et 16%. Le point D, quant à lui, correspond à une alimentation de type MH3-TC permettant de nourrir chaque animal à un coût de 98,22 $CAD, soit une réduction de 2,10%, et des rejets de P et de N de 1,034 kg et 3,493 kg, soit une réduction de 14% chacun.

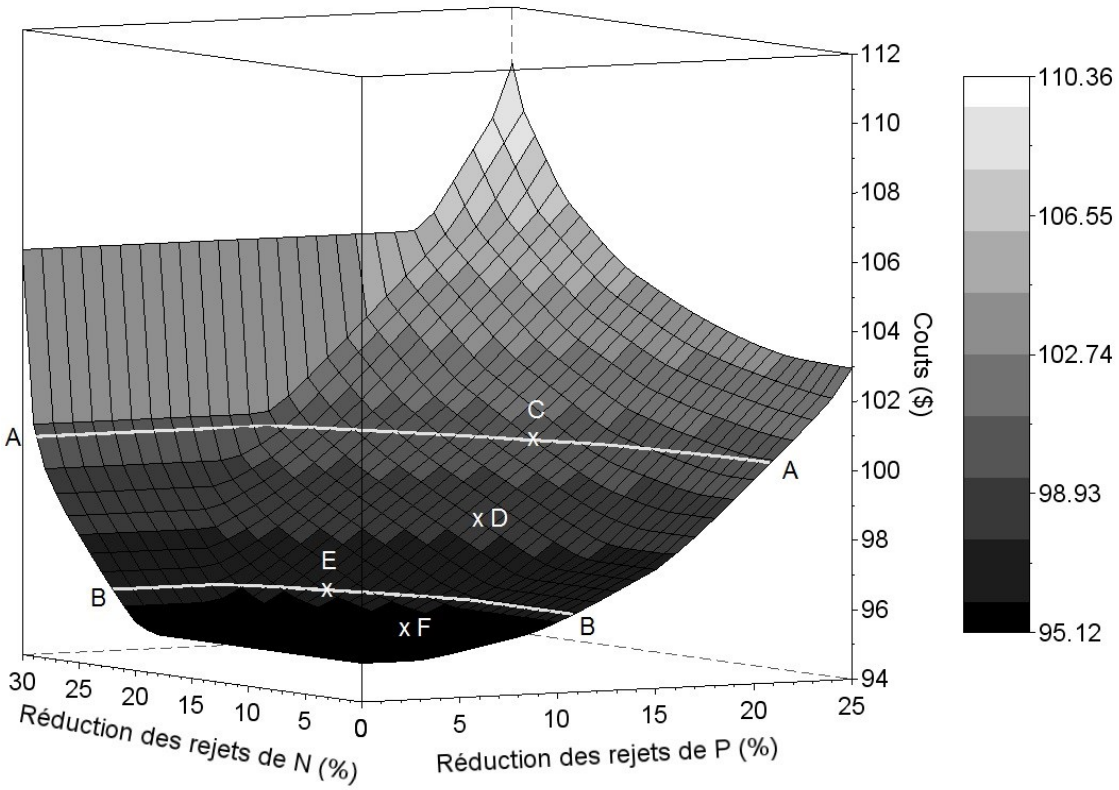

Figure 1 – Coût de l'alimentation ($CAD/porc) MH3-TC en fonction de la réduction des rejets (%) de P et de N par rapport aux excrétions de la méthode de référence

Tableau 2 – Exemples de combinaison (coût, rejets P, rejets N) des différentes méthodes d'alimentation obtenus avec la méthode d'optimisation tricritère

Point[1]	Méthode[2]	Coût[3], $CAD/porc	P excrété[3], kg/porc	N excrété[3], kg/porc
n/a	MR	100,33	1,203	4,062
n/a	MH1-MC	96,23 (-4,1%)	1,163 (-3,3%)	3,463 (-14,8%)
C	MH3-TC	100,33 (-0%)	0,986 (-18%)	3,412 (-16%)
D	MH3-TC	98,22 (-2,10%)	1,034 (-14%)	3,493 (-14%)
E	MH3-TC	96,21 (-4,10%)	1,107 (-8%)	3,371 (-17%)
F	MH3-TC	95,66 (-4,65%)	1,107 (-8%)	3,656 (-10%)
n/a	MO	94,84 (-5,47%)	1,172 (-2,7%)	3,293 (-18,9%)

[1]Points correspondant sur la Figure 1. n/a : ne correspond à aucun point.

[2]MR : méthode de référence ; MHp-MC : méthode hybride monocritère à p phases ; MHp-TC : méthode hybride tricritère à p phases ; MO méthode optimale.

[3]Entre parenthèses, réductions par rapport à la méthode MR en %.

La courbe B représente la ligne de niveau du coût d'une alimentation de type MH1-MC, qui correspond à l'alimentation par mélanges telle qu'elle est connue aujourd'hui. On peut y faire la même interprétation que pour la courbe A. Ainsi, le point E correspond à une alimentation de type MH3-TC ayant un coût de 96,21 $CAD, équivalent à celui de la méthode MH1-MC, et des rejets de P et de N de, respectivement, 1,107 kg et 3,371 kg, soit une réduction de 8% et 17% par rapport à la méthode MR. Le point F correspond à une alimentation de type MH3-TC ayant un coût de 95,66 $CAD, soit une réduction de 4,65%, et des rejets de P et de N de, respectivement, 1,107 kg et 3,656 kg, soit une réduction de 8% et 10% par rapport à la méthode MR.

Ces points ne sont que des exemples et on peut bien entendu en choisir d'autres en fonction du besoin de chacun. En effet, si un producteur préfère réduire grandement les rejets de N et très peu ceux de P, il est possible de trouver une solution le permettant. Il est toutefois possible de trouver un compromis entre réduction du coût d'alimentation et diminution des rejets afin de réduire le coût de production d'un élevage de porc, tout en préservant l'environnement.

CONCLUSION

L'utilisation de prémélanges (c'est-à-dire d'aliments non nécessairement complets) combinés quotidiennement en différentes proportions permet de réduire les coûts d'alimentation. Cependant, il est possible de réduire davantage ce coût en utilisant la méthode hybride développée qui combine l'alimentation par mélanges et par phases. Cette réduction pourrait être de 5,2% avec une alimentation hybride à trois phases et quatre prémélanges. Cette alimentation permet également de réduire légèrement les rejets de P (2,2%) et de manière plus importante ceux de N (17,8%). Il est possible de réduire davantage les rejets de N et de P en utilisant un modèle d'optimisation tricritère ainsi que de trouver un compromis entre la réduction des rejets et le coût de l'alimentation.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Black J.L., Campbell R.G., Williams I.H., James K.J., Davies G.T., 1986. Simulation of energy and amino acid utilisation in the pig. Res. Dev. Agric., 3, 121-145.
- Brossard L., Quiniou N., Dourmad J.-Y., Salaün Y., Van Milgen J., 2010. Définir des stratégies alimentaires alliant performance économique et impact environnemental grâce à la modélisation du groupe de porcs en croissance. Journées Rech. Porcine, 42, 131-132.
- Dubeau F., Julien P.-O., Pomar C., 2011. Formulating diets for growing pigs: economic and environmental considerations. Ann. Oper. Res., 190, 239-269.
- Fourer R., Gay D.M., Kernighan B.W., 2002. AMPL: A modeling language for mathematical programming. Col Publishing Company 571 p.
- Joannopoulos E., 2012. Nouvelles approches de modélisation et d'optimisation de diète animale. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada, 88 p.
- Joannopoulos E., Dubeau F., Dussault J.-P., Pomar C., 2015. Diet problems. In: Plà-Aragonés L.M. (Ed), Handbook of operations research in agriculture and the agri-food industry, 397-417. Springer-Verlag, New York.
- Pomar C., Pomar J., Dubeau F., Joannopoulos É., Dussault J.-P., 2014. The impact of daily multiphase feeding on animal performance, body composition, nitrogen and phosphorus excretions, and feed costs in growing–finishing pigs. Anim. Sci., 8:5, 704-713.
- Wätcher A., Biegler L.T., 2005. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. Math. Prog., 106, 25-57.

ANNEXE - MODELISATION MATHEMATIQUE

Notations

Les notations utilisées sont les suivantes :

- *p* : le nombre de phases,
- *I* : l'ensemble des ingrédients,
- *J* : l'ensemble des jours de la période de croissance, séparé en *p* sous-ensembles J_j représentant l'ensemble des jours de la phase *j*,
- *N* : l'ensemble des nutriments (ex : énergie, lysine, thréonine, calcium…) qui sont considérés,
- *A* : l'ensemble des prémélanges,
- *M : la matrice d'apport en nutriment de chaque ingrédient, où* $m_{\cdot n}$ est le vecteur de l'apport en nutriment *n* de chaque ingrédient,
- b_n : le vecteur de besoin du porc en nutriment *n*,
- B_n : le vecteur de l'apport maximal autorisé en nutriment *n*,
- W^{max} : le vecteur représentant la capacité d'ingestion du porc,
- x^{max} : le vecteur du taux maximal d'incorporation des ingrédients dans les prémélanges,
- *c* : le vecteur prix des ingrédients,
- *X* : la matrice des aliments, où la colonne $x_{\cdot a}$, $a \in A$, représente la composition du prémélange,
- *Q* : la matrice des quantités, où la colonne $q_{\cdot a}$, $a \in A$, contient les quantités q_{ja} de prémélange *a* donné chaque jour *j* de l'étude.

Avec ces notations, l'aliment qui est donné à l'animal le jour *j*, quel que soit le système d'alimentation considéré, est représenté par l'expression $\sum_{a\in A} q_{ja} x_{\cdot a}$.

Usuellement, les vecteurs sont donnés en colonnes. Ainsi, si v est un vecteur, la notation « v transposé » sera notée v^t.

Modélisation des contraintes

Pour que l'animal ait une croissance normale, nous devons satisfaire ses besoins à chaque jour *j*. Ainsi, nous avons trois types de contraintes :

- la contrainte sur l'énergie, modélisée par l'équation $m_{\cdot E}^t\left(\sum_{a\in A} q_{ja} x_{\cdot a}\right) = b_{Ej}$,
- les contraintes sur les nutriments, modélisées par l'équation $b_{nj} \le m_{\cdot n}^t\left(\sum_{a\in A} q_{ja} x_{\cdot a}\right) \le B_{nj}$, pour tout $n \in N\backslash\{E\}$,
- la contrainte sur la capacité d'ingestion, modélisée par l'équation $\sum_{a\in A} q_{ja} \le W_j^{max}$, pour tout $j \in J$.

De plus, les prémélanges et quantités doivent satisfaire à certaines caractéristiques que nous pouvons modéliser grâce à trois types de contraintes :

- les quantités non-négatives sont modélisées par l'équation $q_{\cdot a} \ge 0$, pour tout $a \in A$,
- la contrainte de proportion sur les ingrédients est modélisée par l'équation $\sum_{i\in I} x_{ia} = 1$, pour tout $a \in A$,
- les contraintes d'incorporation de chaque ingrédient sont modélisées par l'équation $0 \le x_{\cdot a} \le x^{max}$ pour tout $a \in A$.

Par simplicité, nous appellerons S_j l'ensemble regroupant toutes les contraintes du jour j. Ainsi, $q_{ja} x_{\cdot a} \in S_j$ signifie que prémélange représenté par $q_{ja} x_{\cdot a}$ est réalisable (satisfait les contraintes) pour le jour *j*.

Modélisation des méthodes d'alimentation

L'alimentation MR

Une alimentation MR est modélisée

$$(\mathrm{MR})\begin{cases} \min\limits_{X} & \sum\limits_{j\in J} c^t(q_{j1}x_{\cdot 1} + q_{j2}x_{\cdot 2} + q_{j3}x_{\cdot 3}), \\ \text{sujet à} & q_{j1}x_{\cdot 1} \in S_j & \forall j \in J_1, \\ & q_{j2}x_{\cdot 2} \in S_j & \forall j \in J_2, \\ & q_{j3}x_{\cdot 3} \in S_j & \forall j \in J_3. \end{cases}$$

Ce type de modèle est un modèle linéaire (fonction objectif linéaire et contraintes linéaires) et lors de sa résolution, nous sommes assurés d'obtenir un minimum global.

L'alimentation MHp-MC

Une alimentation MH3-MC se modélise :

$$(\mathrm{MH3-MC})\begin{cases} \min\limits_{X,Q} & \sum\limits_{j\in J} c^t(q_{j1}x_{\cdot 1} + q_{j2}x_{\cdot 2} + q_{j3}x_{\cdot 3} + q_{j4}x_{\cdot 4}), \\ \text{sujet à} & q_{j1}x_{\cdot 1} + q_{j2}x_{\cdot 2} \in S_j & \forall j \in J_1, \\ & q_{j2}x_{\cdot 2} + q_{j3}x_{\cdot 3} \in S_j & \forall j \in J_2, \\ & q_{j3}x_{\cdot 3} + q_{j4}x_{\cdot 4} \in S_j & \forall j \in J_3, \\ & q_{j1} = 0 & \forall j \in J_2 \cup J_3, \\ & q_{j2} = 0 & \forall j \in J_3, \\ & q_{j3} = 0 & \forall j \in J_1, \\ & q_{j4} = 0 & \forall j \in J_1 \cup J_2. \end{cases}$$

On remarque ici que les variables de notre modèle sont $q_{\cdot a}$ et $x_{\cdot a}$, pour tout $a \in A$ et que des termes bilinéaires $(q_{ja}x_{\cdot a}, a \in A, j \in J)$ sont présents dans la fonction objectif et dans certaines contraintes. Ce type de modèle est un modèle bilinéaire et non-convexe. Il est difficile à résoudre, et possède potentiellement plusieurs minima locaux.

L'alimentation MHp-TC

Pour obtenir une alimentation MH*p*-TC, nous avons utilisé la méthode ε-contrainte. Cette méthode permet de transformer un objectif en une contrainte majorée par une valeur maximale autorisée. Pour le modèle minimisant les rejets de P, les rejets de N et le coût de l'alimentation, nous avons transformé les objectifs modélisant les rejets en contraintes. Ainsi, pour obtenir la modélisation d'une alimentation MH3-TC, il suffit de rajouter au modèle précédent les deux contraintes

$$(\mathrm{TC})\begin{cases} \sum_{j\in J} M_P\left(q_{j1}x_{\cdot 1} + q_{j2}x_{\cdot 2} + q_{j3}x_{\cdot 3} + q_{j4}x_{\cdot 4}\right) - P_R \leq \varepsilon_P, \\ \sum_{j\in J} M_N\left(q_{j1}x_{\cdot 1} + q_{j2}x_{\cdot 2} + q_{j3}x_{\cdot 3} + q_{j4}x_{\cdot 4}\right) - N_R \leq \varepsilon_N, \end{cases}$$

où P_R et N_R, sont respectivement les quantités de P et de N retenues par le porc. Les variables ε_P et ε_N sont respectivement les quantités maximales de rejet de P et de N admissibles que nous avons fait varier, à la baisse et par pas de 1%, à partir des quantités de P et de N rejetés estimées par la MR.

La méthode MO

Les aliments de la méthode MO peuvent être déterminés en utilisant un modèle linéaire par jour. La modélisation diffère légèrement des modèles précédents puisque les aliments ne sont plus modélisés en proportions mais en quantités et que nous ne considérons alors plus que la variable *X*. Le modèle pour un jour *j* de cette alimentation est donnée par

$$(\mathrm{MO_j})\begin{cases} \min\limits_{x_{\cdot j}} & c^t x_{\cdot j} \\ \text{sujet à.} & m_E^t x_{\cdot j} = b_{Ej}, \\ & b_{nj} \leq m_n^t x_{\cdot j} \leq B_{n,j} \qquad \forall n \in N\backslash\{E\}, \\ & \sum_{i\in I} x_{ij} \leq W_j^{max}, \\ & 0 \leq x_{\cdot j} \leq x^{max}\left(\sum_j x_{ij}\right). \end{cases}$$